

Simulación de flujo de aire en 2D de un perfil de alabe S1046 utilizando solucionador de ecuaciones de Navier-Stokes con el modelo de turbulencia Spalart-Allmaras

Mendoza Cerón N.N., Rodríguez Castillo M. E.

Resumen— En este trabajo se presenta una simulación en 2D de un perfil de alabe s1046 utilizando un solucionador de ecuaciones de Navier-Stokes con el modelo de turbulencia Spalart-Allmaras para un flujo comprensible para el diseño de un rotor Darrieus helicoidal, se trabaja con un alabe de 300 mm de longitud con un ángulo de ataque de 3.5° en dos tipos de posiciones, una horizontal denominada 0° y otra inclinada con respecto a la horizontal a 30° . Este estudio denota que el alabe en ambas posiciones presenta un gran esfuerzo de compresión debido por la presión ejercida por el fluido en el área de los extradós en el alabe número tres.

Palabras Clave— Modelo de turbulencia Spalart-Allmaras Simulación 2D, Alabe s1046.

Abstract— This paper presents a simulation is presented in 2D of a blade profile s1046 using a solver Navier-Stokes equations with turbulence model Spalart-Allmaras for understandable to the design of a Darrieus rotor helical flow, working with a blade 300 mm in length with an angle of 3.5° in two types of positions, a horizontal called 0° and another inclined to the horizontal at 30° . This study I denote that in both positions the blade has a large compression stress due to the pressure exerted by the fluid in the area of the upper surface in the blade number three.

Keywords— Spalart-Allmaras turbulence model Simulation 2D, Airfoil s1046.

I. INTRODUCCIÓN

Hoy en día no existe un modelo de turbulencia que englobe todo los casos sin embargo existen diferentes tipos de modelos que se pueden aplicar a determinados casos.se debe saber elegir asertivamente el modelo adecuado para la aplicación que se desea, tomando en cuenta factores como tiempo de cálculo, recursos informáticos y precisión que se puede lograr a través del modelo matemático [1]. Existen casos en los cuales el número de Reynolds es bajo, en los cuales los fenómenos que se presentan en la capa límite como

la separación laminar o transición [3] son observados.

Una de las familias de modelos de turbulencia son los modelos RANS (Ecuaciones promediadas de Reynolds Navier-Stokes) se encarga de resolver el flujo principal y la turbulencia esta modelada. Dentro de esta familia se encuentra el modelo Spalart-Allmaras el cual, utiliza una ecuación de transporte modificada para la viscosidad cinemática turbulenta [4]. El modelo fue diseñado específicamente para aplicaciones aeroespaciales que implican flujos pared delimitada y se ha demostrado dar buenos resultados para las capas límites sometidos a gradientes de presión adversos.

El modelo Spalart-Allmaras fue desarrollado para los flujos aerodinámicos. No puede ser invocado para predecir la decadencia de la turbulencia homogénea, isotrópica. Tiene una gran aplicación para simulaciones 2D de perfiles aerodinámicos sin embargo se han hecho adaptaciones para simulaciones en 3D para flujos compresibles [5]. Por ello en este trabajo se utilizó para el análisis 2D de un perfil S1046 con un tamaño de 300mm con un ángulo de ataque de $\alpha=3.5^\circ$ colocado a 0° y 3° a una velocidad inicial de 20 m/s. Este trabajo servirá para analizar y observar el comportamiento del perfil del alabe s1046 a través del fluido como un precedente para la elaboración del diseño de un rotor Darrieus helicoidal y poder elegir correctamente dimensiones así como material que soporte las esfuerzos a los que será sometido.

II. DESARROLLO

Para llevar a cabo esta simulación se siguió una serie de pasos en los cuales se irán describiendo en este apartado

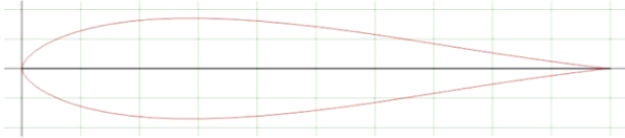
Geometría del perfil

La figura se observa una superficie alar que presenta una variación a lo largo de la envergadura del perfil descrita por la ecuación. A partir de esta ecuación es posible encontrar la variación en la curvatura superior e inferior del alabe a lo largo del eje x, conservando el valor de la cuerda [6].

$$y = 0.6 \left(0.2969x^{\frac{1}{2}} - 0.126x - 0.3516x^2 + 0.2843x^3 - 0.1015x^4 \right) \quad (1)$$

$$y_z = y + a * \cos(2\pi z/\lambda) \quad (2)$$

La geometría generada a partir de la ecuación (1), se muestra en la siguiente figura:



Perfil s1046

Figura 1.- Cuerda del alabe S1046

Ecuación gubernamental

Para flujos incompresibles con números de Reynolds bajos se pueden describir con las ecuaciones de Navier-Stokes [2]. Estas ecuaciones se pueden escribir como:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}, p) = \rho \mathbf{f} \text{ en } \Omega \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \text{ en } \Omega \quad (4)$$

Donde $\Omega \in \mathbb{R}^d$, $d = 2, 3$, ρ es la densidad constante del fluido, p es la presión, \mathbf{u} es el vector de velocidad del fluido y \mathbf{f} es la fuerza del cuerpo. La distribución del esfuerzo tensor se puede escribir como:

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}, p) = -p\mathbf{I} + 2\mu\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{u}) \quad (5)$$

Donde \mathbf{I} es el tensor identidad, μ es la viscosidad dinámica y la velocidad de deformación $\boldsymbol{\epsilon}$ se define como

$$\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) \quad (6)$$

El modelo de turbulencia Spalart-Allmaras

Es un modelo de una sola ecuación para una viscosidad cinemática turbulenta modificado $\tilde{\nu}$. Se emplea el modelo estándar

$$\frac{D\tilde{\nu}}{Dt} = P - D + \frac{1}{\sigma} [\nabla \cdot ((\mathbf{v} + \tilde{\nu})\nabla \tilde{\nu}) + c_{b2}(\nabla \tilde{\nu})^2] \quad (7)$$

Donde $\mathbf{v} = \mu/\rho$ es la viscosidad laminar cinética, \mathbf{u} es la velocidad del fluido y d es la distancia más cercana a la pared de un punto dado. Los términos de la pared se otorgan por

$$P = c_{b1}(1 - f_{t2})\tilde{S}\tilde{\nu} \quad D = \left(c_{w1}f_w - \frac{c_{b1}}{k^2}f_{t2} \right) \left[\frac{\tilde{\nu}}{d} \right]^2 \quad (8)$$

El término supresión laminar f_{t2} se define como

$$f_{t2} = c_{t3} \exp(-c_{t4}x^2) \quad (9)$$

Con $c_{t3} = 1.2$ y $c_{t4} = 0.5$. A partir de la modificación de la viscosidad normal se puede calcular la viscosidad de remolino como

$$v_t = \tilde{\nu} f_{v1} \quad (10) \quad f_{v1} = \frac{x^3}{x^3 + (c_{v1})^3} \quad (11) \quad x \equiv \frac{d}{v} \quad (12)$$

Las modificaciones del modelo original son dadas por la vorticidad \tilde{S}

$$\tilde{S} = \frac{d}{k^2 \cdot d^2} f_{v2} \quad (13) \quad f_{v2} = 1 - \frac{x}{1 - x f_{v1}} \quad (14)$$

Donde S representa la magnitud de vorticidad y d la distancia a la pared más cercana y

$$\tilde{S} = \begin{cases} S + \tilde{S} & : \tilde{S} \geq -c_{v2}S \\ S + \frac{S(c_{v2}^2 S + c_{v3} \tilde{S})}{(c_{v3} - 2c_{v2})S - \tilde{S}} & : \tilde{S} < -c_{v2}S \end{cases} \quad (15)$$

Con $c_{v3} = 0.7$ y $c_{v2} = 0.9$. La modificación de vorticidad \tilde{S} no tiene la posibilidad de convertirse negativo y es posible que interrumpa otras funciones del modelo Spalart-Allmaras. Para el término de destrucción se tiene

$$f_w = g \left[\frac{1 + c_{w3}}{g^6 + c_{w3}^3} \right]^{1/6} \quad (16)$$

$$g = r + c_{w2}(r^6 - r) \quad (17)$$

$$r = \frac{d}{S k^2 d^2} \quad (18)$$

En trabajos previos se han utilizado valores constantes para los coeficientes que aparecen en el modelo [7]

$$c_{b1} = 0.1355, \quad c_{b2} = 0.622, \quad c_{w2} = 0.3, \\ c_{w3} = 2, \quad \sigma_{\tilde{\nu}} = 2/3, \quad c_{b1} = 7.1 \text{ y } k = 0.41.$$

Condiciones de frontera para el modelo Spalart-Allmaras

El modelo Spalart-Allmaras asume que la malla es suficientemente refinada cerca de la zona de la pared adimensional $y^+ \sim 1$. la distancia de la pared adimensional y^+ es definida en términos de la velocidad de fricción u_* como

$$y^+ = \frac{u_*}{v} \quad (19) \quad \text{Con } u_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (20)$$

Donde el esfuerzo cortante de la pared τ_w es dado por

$$\tau_w = \mu \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{n}} \right]_{y=0} = \mu [\nabla \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}]_{y=0} \quad (21)$$

Cerca de la pared el flujo es laminar de manera $\tilde{\nu}$ se convierte en 0. en los límites del flujo de entrada es usado $\tilde{\nu}_{in} = 5v$ por otro lado se aplica una condición de contorno homogénea Neumann en las condiciones de frontera en los límites de salida del flujo así como en los planos de simetría.

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial \mathbf{n}} = \nabla \tilde{\nu} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (22)$$

Coeficientes aerodinámicos

Dentro de la simulación numérica de un perfil aerodinámico, los valores de interés son los coeficientes de sustentación, arrastre y presión para un determinado ángulo de ataque (α) y un número de Reynolds (Re) determinado. El número de Reynolds se define como

$$Re = \frac{u_{\infty} c}{\nu} \quad (23)$$

Cuando u_{∞} es constante en la velocidad de entrada, c es la longitud de la cuerda y $\nu = \mu/\rho$ es la viscosidad cinemática. Los tres coeficientes importantes son coeficiente de arrastre (C_D), coeficiente de sustentación (C_L) y el coeficiente de presión (C_p) son definidos como:

$$C_D = \frac{F_x}{\frac{1}{2} \rho u_{\infty}^2 c l} \quad (24) \quad C_L = \frac{F_y}{\frac{1}{2} \rho u_{\infty}^2 c l} \quad (25)$$

$$C_p = \frac{p - p_{\infty}}{\frac{1}{2} \rho u_{\infty}^2} \quad (26)$$

Los valores F_x y F_y son componentes horizontales y verticales de la fuerza que actúa sobre el perfil aerodinámico respectivamente, ρ es la densidad del fluido, l es la longitud en la dirección de la envergadura y p_{∞} es la presión presente en el ambiente. Los componentes de la fuerza son otorgados por la ecuación 27, donde Γw es la superficie aerodinámica.

$$F = [F_x, F_y]^T = \int_{\Gamma w} \sigma \cdot n ds \quad (27)$$

Mallado

Para la generación de la malla se recomienda que sea estructurada y lo más refinada posible sin embargo veces esto no puede ser debido a la geometría. Dentro del dominio se pueden presentar problemas como distorsiones o cuadriláteros sesgados. Se busca evitar los cambios abruptos en el tamaño de los elementos en cambio es deseable tener una malla más fina en zonas de alta curvatura además de los límites cerca de la pared. En este caso se trabajó con una malla no estructurada, solo con refinamiento alrededor de los perfiles alares.

III. RESULTADOS

Simulación en ANSYS® Fluent

Una vez que se ha seleccionado el modelo matemático se deben de indicar las condiciones iniciales para iniciar con la simulación, se estableció una velocidad constante de $u_{\infty} = 20 \text{ m/s}$, debido que es la velocidad media del aire en la zona donde se construirá el generador eólico de eje vertical. Con la fórmula 23, mencionada anteriormente, se obtiene un número de $Re = 65,833$ con una viscosidad cinemática $\nu = 1.5111e - 05$ y un ancho de cuerda de $c = 0.04974 \text{ m}$, para la simulación se utilizó el método *density based* para flujo compresible.

Coeficientes aerodinámicos

En la Figura 2 se muestran los gráficos de los coeficientes con respecto a un ángulo de ataque $\alpha = 3.5^\circ$ y un número de Reynolds $Re = 50000$, ya establecidos para el alabe s1046 [8].

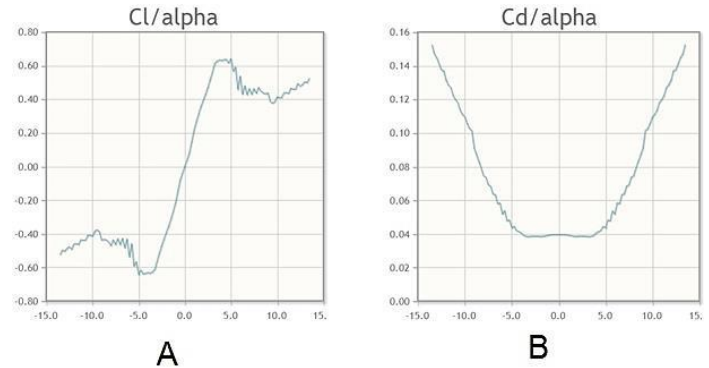


Figura 2.- a) Gráfica coeficiente de sustentación vs ángulo de ataque y b) Gráfica coeficiente de arrastre vs ángulo de ataque.

En este caso se trabaja con un número de Reynolds $Re = 65,833$ y un ángulo de ataque $\alpha = 3.5^\circ$. Utilizando el modelo Spalart-Allmaras los valores obtenidos del coeficiente de arrastre y del coeficiente de sustentación son:

Posición	Cl	Cd
0°	-1.5957	4.1496
30°	1.0985	4.6242

Tabla 1. Coeficientes aerodinámicos

Presión

En las siguientes figuras se muestra cómo se comporta la presión sobre extrados e intrados además del borde de ataque. En el primer caso tenemos el contorno del alabe con un ángulo de ataque $\alpha = 0^\circ$ en posición horizontal que se considera como ángulo 0° . Como se observa el punto crítico donde afecta más la presión sobre la cuerda es el borde de ataque. Sin embargo la distribución de presiones se mantiene equitativa tanto en los intrados como en los extrados.

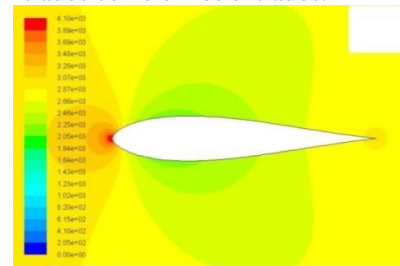


Figura 3.- Contorno de presión estática para el alabe s1046

En las siguientes imágenes se presentan los resultados obtenidos a través del modelo SA, estos contornos de presión son observados en cada alabe del rotor el cual está conformado por 3 alabes y con un ángulo de ataque de $\alpha = 3.5^\circ$. Los resultados se dividen en dos grupos el primero 0° , en el cual el alabe 1 está en posición horizontal considerado a 0° , el alabe 2 se encuentra a 120° y el alabe 3 está en la 240° . En el segundo

grupo 30°, para una posición inclinada con respecto a la horizontal el alabe 1 se encuentra a 30°, el alabe 2 a 150° y el alabe 3 a 270°.

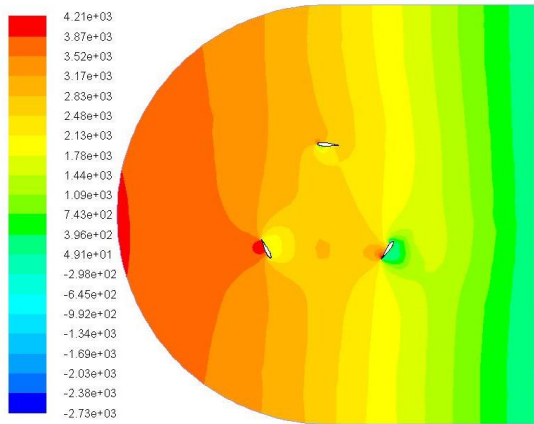


Figura 4.- Contornos de presión del dominio en la posición 0°

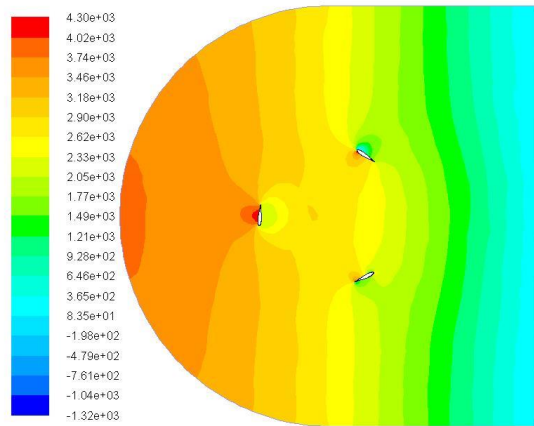


Figura 5.- Contornos de presión del dominio en la posición 30°

A continuación se observa más detalladamente como se presenta la presión en cada uno de los alabes en la posición uno (0°) y dos (30°). El ángulo de ataque tiene gran influencia en la distribución de presiones, sobresaliendo en el alabe numero 3 donde se puede observar que la presión es en gran magnitud superior en los extradós a comparación de los intradós.

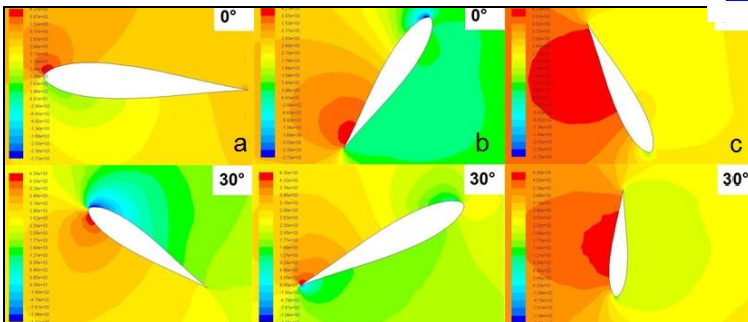


Figura 6.- Contorno de presión estática en cada uno de los alabes a 0° y 30°

En la Figura 6. Se muestran los contornos de presión en cada uno de los alabes en el caso (a) corresponde al alabe número uno, (b) al alabe número 3 y (c) al alabe número tres. Como se observa en el alabe 1 la presión se concentra en la parte del borde de ataque cerca del radio de curvatura, en el alabe 2 en cambio la presión se concentra en el borde de salida en la zona de los intradós, sin embargo el alabe en que se concentra más la presión es el alabe 3 en el área de los extradós. El coeficiente de presión en el primer grupo es de 4.1303127y para el Segundo grupo es de 4.6033876

Velocidad

En la siguiente Figura 7 se presentan los vectores de velocidad para el alabe s1046 a un ángulo de ataque $\alpha = 0^\circ$, muestra como el perfil tiene contacto con el fluido aldededor de toda la cuerda cumpliendo su function.

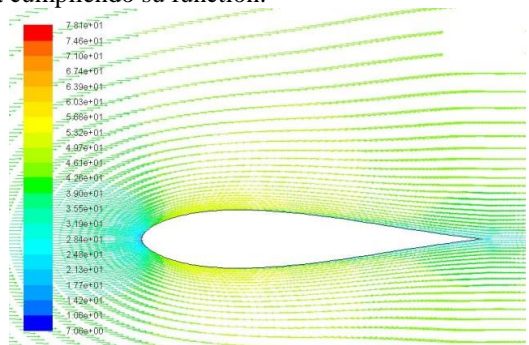


Figura 7.- Vectores de velocidad para el alabe s1046

En las Figuras 8 y 9 se presentan los vectores de velocidad en el primer caso a una posición de 0° y en la segunda a una posición de 30°.

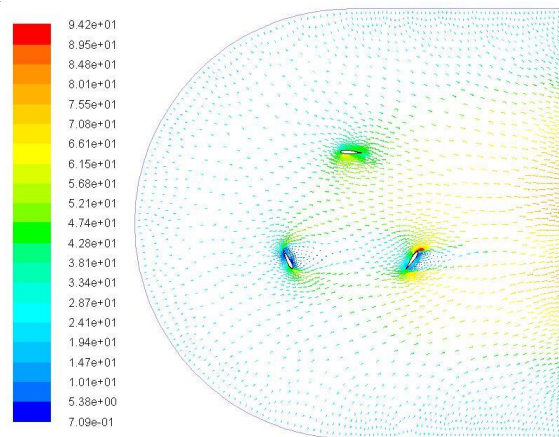


Figura 8: Vectores de velocidad del dominio en la posición 0°

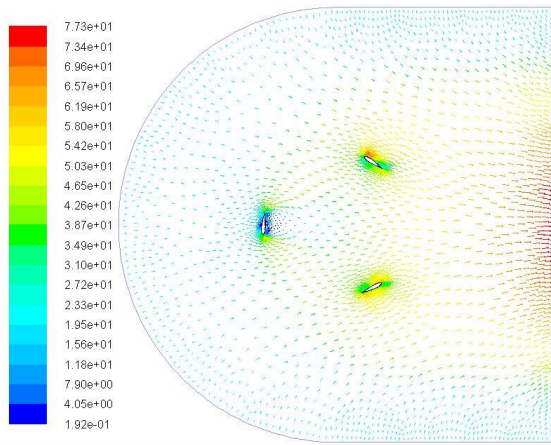


Figura 9: Vectores de velocidad del dominio en la posición 30°

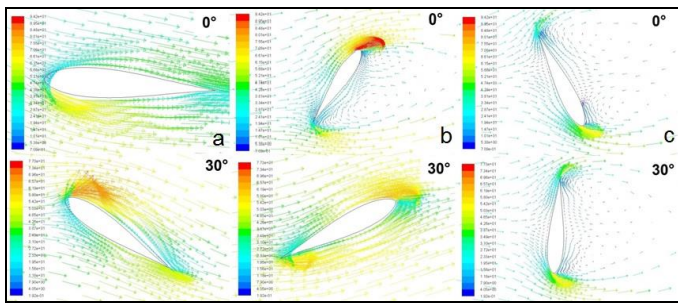


Figura 10.- Vectores de velocidad en cada uno de los alabes a 0° y 30°

En la Figura 10 se muestran los vectores de velocidad en cada uno de los alabes en el caso (a) corresponde al alabe número uno, (b) al alabe número 3 y (c) al alabe número tres. La velocidad más alta se encuentra en la zona del borde de ataque del alabe 2 en la posición de 0°. puede decirse que otras zonas donde la velocidad no es tan alta pero si es relevante es tanto en el borde de ataque así como en el borde de salida.

IV. CONCLUSIONES

Esta simulación arrojo que para el diseño del rotor helicoidal se debe tomar en cuenta que para una pala de 300 mm de longitud, el alabe 3 que es el que más presión soporta 543.91215 a 585.2114 Pa por lo que su elaboración requiere un material de liviano capaz de soportar esa presión en los extradós. Por otro lado tenemos que la velocidad alrededor de los alabes no está totalmente adherida al perfil, se infiere que el viento a esa velocidad crea pequeños vórtices alrededor de los alabes. Se denota un gran diferencia de resultados entre el ángulo de ataque igual a 0° y 3.5°, reflejada en los extradós por lo que para el diseño del rotor el ángulo de ataque para el alabe será modificado a un valor menor de 3.5 grados.

V. REFERENCIAS

[1] Ruiz Solorio G. , Modelos de turbulencia en mecánica de fluidos computacional, *XXIII Congreso Nacional de Hidráulica*, Puerto Vallarta, Jalisco, México (2014).

[2] Knut N., Runar H., Trond K., Arne M. K., Adil R. Simulation of airflow past a 2D NACA0015 airfoil using an isogeometric incompressible Navier–Stokes solver with the Spalart–Allmaras turbulence model, *Computer methods in applied mechanics and engineering* 290, pag. 183-208. (2015).

[3] Dong-Ha Kim, Jo-Won Chang, Low-Reynolds-number effect on the aerodynamic characteristics of a pitching NACA0012 airfoil, *Aerospace Science and Technology* 32 ,pag. 162-168 (2014).

[4] Lehueur B. , *Best Practices para la elección y el uso de Modelos de turbulencia RANS*, Webinar Ansys®, (2014).

[5] Amine Ben Haj Ali, Azzeddine Soulaïmani, An unstructured finite elements method for solving the compressible RANS equations and the Spalart–Allmaras turbulence model, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 199, pag. 2261–2272 (2010).

[6] Bogotá Anzola M. G., Rolón Esteban M. C. Rolón Esteban , *Validación del coeficiente de sustentación y arrastre para el perfil NACA 0012 en ANSYS® Fluent*, Universidad de San Buenaventura Sede Bogotá, (2016).

[7] Rooh A. Khurram, Yue Zhang, Wagdi G. Habashi, Multiscale finite element method applied to the Spalart–Allmaras turbulence model for 3D detached-eddy simulation, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* ,pag. 233-236,180-193 (2012).

[8] Airfoil Tools, S1046 17% (Danny Howell) (s1046-il), <http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=s1046-il#polars>